Universidad de Sonora
División de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Física
Laboratorio de Mecánica II
Práctica #4: “El rodamiento y el Teorema de trabajo-energía”

I. **Objetivos.**

- Determinar el trabajo realizado por un cuerpo al realizar un movimiento de rodadura.
- Mediante la recolección de datos, determinar el cambio de energía cinética rotacional del cuerpo en cuestión.
- Comprobar la validez del teorema Trabajo-Energía cinética para el movimiento de rodadura.

II. **Introducción.**

En esta práctica veremos la relación que hay entre el trabajo realizado por la tierra sobre un cuerpo que rueda por un plano inclinado y el cambio de energía cinética que experimenta el cuerpo.

Para hacer esto partiremos de la relación que hay entre el trabajo y la energía que se presentan en una rotación normal y luego la ampliaremos al rodamiento.

Lo que esperamos encontrar es que la relación entre trabajo y energía se cumpla, si no al pie de la letra, sí en una razón de exactitud considerable.

Para hacer esto haremos rodar 3 objetos por un plano inclinado, en este caso a 15 grados, siendo la componente de la fuerza que realiza el trabajo dada por (mg) sen 15°, así que esperamos una fuerza significativamente menor que la del peso, por lo que podemos inferir que el trabajo realizado no será muy grande pero si lo suficiente para tener una variación apreciable de la energía cinética.

Los conceptos nuevos que se tratarán en este reporte son dinámica rotacional, momento de inercia y sólido rígido. La nomenclatura de algunos de los conceptos aquí presentados es la siguiente:

I : momento de inercia
θ : posición angular (ángulo)
t : tiempo
ω: velocidad angular
α : aceleración angular

m : masa
W: trabajo

III. **Marco teórico.**

La energía cinética rotacional

Se define a la energía cinética como aquella energía asociada al movimiento través del espacio. En un objeto que rota, no se ve un cambio de posición en el espacio, lo que provoca que no exista energía cinética asociada el movimiento traslacional. Sin embargo, cada partícula que conforma el objeto, se mueve siguiendo trayectorias circulares, por lo tanto hay una energía cinética asociada a dicho movimiento.

Para obtener la energía cinética de un cuerpo que rota, se debe sumar la energía cinética que posee cada partícula, es necesario saber que cada una de estas partículas posee la misma velocidad angular, por lo tanto, la ecuación para la energía cinética rotacional queda así:

$$K_R = \sum_i K_i = \sum_i \left(\frac{1}{2} m_i v_i^2 \right) = \frac{1}{2} \sum_i m_i \left(r_i^2 \omega^2 \right)$$

Es posible, mediante la definición del momento de inercia I, que la anterior ecuación se reduzca así

$$K_R = \frac{1}{2} I \omega^2$$

El trabajo

Si una sola fuerza se aplica en un punto, el trabajo que suministra F al objeto a medida que el punto de aplicación da vueltas es:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

con lo que

$$dW = \left(F\mathrm{Sen}\theta \right)\left(rd\theta \right)$$

Analizando los componentes de la ecuación anterior, vemos que es posible reescribirla en términos de la torca, por lo que la ecuación para el trabajo realizado en un cuerpo que rota es:

$$dW = \tau d\theta$$

Por otro lado, si partimos de la segunda ley de newton

$$\tau_{Total} = I\alpha = I \frac{d\omega}{dt}$$

la cual podemos reescribir, después de haber aplicado la regla de la cadena, como

$$\tau_{Total} d\theta = I \frac{d\omega}{dt} d\theta = I\omega d\omega$$

Integrando en ambos lados tenemos

$$W_{total} = I \int_{\omega_i}^{\omega_f} \omega d\omega \int \quad = \frac{1}{2} I\omega_f^2 - \frac{1}{2} I\omega_i^2$$

Si esta expresión la comparamos con la definición de energía cinética rotacional, entonces podemos identificar una expresión para el teorema de trabajo-energía cinética.

Teorema trabajo energía

Este teorema plantea que "El trabajo neto realizado por torcas externas al hacer girar un cuerpo rígido simétrico alrededor de un eje fijo es igual al cambio en la energía rotacional del objeto".

Para el caso de rodamiento, la forma más general de este teorema permite establecer que el trabajo total realizado sobre un objeto que rueda es igual al cambio de su energía cinética, lo que se escribe como

$$W_{total} = \frac{1}{2} mv_f^2 + \frac{1}{2} I\omega_f^2 - \frac{1}{2} mv_i^2 - \frac{1}{2} I\omega_i^2$$

IV. **Materiales.**

- Cinta Adhesiva (o scotch).
- Objetos para rodar, por ejemplo: pelota de tenis, cilindro de aluminio, etc.
- 2 gatos hidraulicos
- 2 reglas de almenos 30 cm
- Interfase Pasco Scientific WorkShop 750
- Sensor de movimiento (sonar ultrasónico) ajustado a una frecuencia de 100 Hz
- Plano (o superficie plana) inclinado de al menos 30 cm de longitud.
- Papel
- Transportador.

V. **Procedimiento.**

1. Limpiar el plano inclinado para minimizar los efectos negativos en el rodamiento.
2. Colocar el plano inclinado sobre uno de los gatos hidráulicos y ajustar la altura e inclinación del plano inclinado.
3. Colocar el sensor de movimiento (sonar) sobre el segundo gato hidráulico.
4. Ajustar el segundo gato hidráulico hasta que el sonar quede paralelo al plano inclinado.
5. Encender la interfase y abrir el programa DataStudio.
6. Conectar y ajustar el sonar a una frecuencia de muestreo de 100Hz.
7. Dejar rodar uno de los cuerpos por el plano inclinado, al mismo tiempo que se utiliza el sonar para realizar las mediciones necesarias.
8. Usar la regla y los transportadores para alinear y ajustar el plano inclinado, así como para medir el ángulo de inclinación del plano.
9. Con la información de posición sobre el plano obtenida mediante el sensor de movimiento llenar las columnas 2 y 3 de la tabla I (considerando, al menos, 25 datos o mediciones).
10. Con los valores de la Tabla I, genere los valores correspondientes a las columnas de la Tabla II.
11. Para lograr lo anterior, puede usar algún programa computacional o incluso las herramientas adecuadas del programa DataStudio, la columna 3 corresponde a la velocidad lineal del centro de masas del objeto en rodamiento.
12. A partir del valor del radio del objeto, calcule la rapidez angular del rodamiento y asiente los valores correspondientes en la columna 4.
13. Con los valores de la masa y del momento de inercia del objeto en rodamiento, calcule la energía cinética total (traslacional más rotacional) y apunte los valores en la columna 5 de la tabla II.
14. Finalmente, para las diferentes parejas de puntos que aparecen en la tabla III, calcule el cambio de energía cinética y el trabajo realizado por la fuerza gravitacional sobre el objeto y anotar sus resultados en la misma tabla III.
15. Graficar el cambio de energía cinética contra el trabajo realizado por la fuerza de gravedad para determinar la pendiente y la incertidumbre asociada.
16. Repetir el procedimiento entre los pasos 7 y 15 para, al menos 3 objetos diferentes, lo que implicará tener tres tablas y una gráfica para cada caso.

VI. **Tablas y Resultados.**

TABLA I

Medición	Tiempo (s)	Posición sobre el plano (m)
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		

TABLA II

Medición	Tiempo (s)	Velocidad del CM (m/s)	Rapidez angular (rad/s)	Energía cinética (Joules)
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				

TABLA III

Punto inicial y punto final	Desplazamiento (m)	Trabajo (J)	Cambio de energía cinética (J)
$x_i,\ x_f$	$x_f - x_i$	$mgsen\,\theta(x_f - x_i)$	$\Delta K = K_f - K_i$
0, 6			
13, 20			
15, 18			
3, 23			
5, 16			
2, 17			
3, 18			
5, 21			
10, 25			
15, 24			
2, 13			
8, 19			
10, 20			
15, 23			
0, 11			
0, 18			
0, 25			

VII. **Preguntas.**

1. ¿Cuál es la relación del cambio de energía cinética y el trabajo en la gráfica obtenida con los datos?
2. ¿Qué significa que la gráfica tenga pendiente unitaria?
3. ¿A crees que se deba que las gráficas no tienen pendiente uno?
4. A partir de tus resultados, ¿consideras que la demostración de este teorema realizada es aceptable?
5. ¿Qué modificaciones introducirías para mejorar esta práctica?

VIII. **Conclusiones.**

IX. **Bibliografía.**